



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA

CABINET DU DIRECTEUR
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enapd-ude.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work – Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA

NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA

DIRECTOR OFFICE
P.O Box:2701 Douala
Phone : (237) 697 542 240
Email: contact@enapd-ude.cm



DEPARTEMENT DE TCO Semestre 2 2023/2024

Fiche de TD de probabilités et statistique

Exercice 1

1) Soit E un ensemble. On dit que l'ensemble fini s'il existe un entier naturel n et il existe une application bijective de $[1, n]$ vers E . (n est le nombre d'élément de E). On note $n = \text{card}(E)$. On rappelle que si A et B sont deux sous-ensembles de E disjoints ($A \subset E$; $B \subset E$ avec $A \cap B = \emptyset$) alors $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$. Soit A, B, C des sous-ensembles de E .

a) Montrer que: $\text{card}(\bar{A}) = \text{card}(E) - \text{card}(A)$;

b) $\text{card}(B \setminus A) = \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$;

en déduire que $\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$

c) $\text{card}(A \cup B \cup C) = \text{card}(A) + \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(A \cap B) - \text{card}(A \cap C) - \text{card}(B \cap C) + \text{card}(A \cap B \cap C)$

2) Soit $(\Omega, P(\Omega), p)$ un espace probabilisé

a) Montrer que $p(\emptyset) = 0$

b) Soient $A, B, C \in P(\Omega)$ trois évènements montrer que :

$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$; $A \subset B \Rightarrow p(A) \leq p(B)$; $p(B \setminus A) = p(B) - p(A)$;

$p(A \setminus B) = p(A) - p(A \cap B)$; $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$;

$p(A \cup B \cup C) = p(A) + p(B) + p(C) - p(A \cap B) - p(A \cap C) - p(B \cap C) + p(A \cap B \cap C)$

Exercice 2

1) Combien de mots de passe de 8 symboles peut-on créer avec 66 caractères

2) Si, dans un pays, les voitures ont des plaques avec deux lettres (leur alpha beta 26 caractères) et ensuite trois chiffres, combien de plaques possibles y a-t-il ?

3) En turbo Pascal, un entier relatif (type integer) est codé sur 16 bits. Cela signifie que l'on réserve 16 cases mémoires contenant des 0 ou des 1 pour écrire un entier. La première case étant réservée au signe, combien peut-on écrire d'entiers positifs ? En déduire combien on peut écrire de nombres du type "integer".

Exercice 3

Une plaque minéralogique est composée de 5 caractères parmi les 26 lettres de l'alphabet.

i) Déterminer le nombre de plaques sachant que l'on peut répéter les lettres

ii) Déterminer le nombre de plaques sachant que la troisième lettre est un W

iii) Déterminer le nombre de plaques sachant que les 3 premiers caractères sont des lettres et les 2 autres des chiffres

Exercice 4

1) On considère les ensembles : $A = \{1;2;3\}$; $B = \{1;2;3;4;5\}$:

i) Déterminer le nombre d'applications de $A \rightarrow B$, puis le nombre d'applications injectives $f : A \rightarrow B$

ii) Déterminer le nombre d'applications injectives $f : A \rightarrow B$ sachant que 4 admet un seul antécédent

2) On considère l'ensemble $E = \{A;B;...;Z\}$:

i) Déterminer le nombre des parties de E à 5 éléments et contenant C .

ii) Déterminer le nombre de suites sans répétition de 5 éléments pris dans E .

iii) Déterminer le nombre de suites sans répétition de 5 éléments pris dans E sachant que W apparaît en troisième position.

Exercice 5

On tire au hasard un jeton dans un sac contenant 10 jetons numérotés de 1 à 10 indiscernable au touché. On note A l'évènement « le jeton porte un nombre pair » et B l'évènement « le jeton porte un nombre multiple de trois ».

1) Calculer la probabilité $P(A)$.

2) Calculer la probabilité $P(A \cap B)$.

3) Les évènements A et B sont-ils indépendants. Justifiez votre réponse.

Exercice 6

On lance un dé pipé numéroté de 1 à 6.

Tous les chiffres pairs ont la même chance d'apparaître ainsi que tous les chiffres impairs.

On a deux fois plus de chance d'obtenir un chiffre pair qu'un chiffre impair.

1) Quelle est l'épreuve ?

2) Définir en extension l'univers des possibles Ω .

3) Définir la probabilité.

4) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : "avoir un chiffre pair" B : "avoir un multiple de 3" C : "avoir un chiffre ≤ 4 "

Exercice 7

Deux opérateurs de saisie, A et B , entrent respectivement 100 et 200 tableaux sur informatique. Les tableaux de A comportent des fautes dans 5,2% des cas et ceux de B dans 6,7% des cas. On prend un tableau au hasard. Il comporte des fautes. Quelle est la probabilité pour que A se soit occupé de ce tableau ?

Exercice 8

Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. On admet que lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant ne décroche pas est de 0,4 et que s'il décroche, la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire est 0,3. On pourra construire un arbre pondère.

1) On note :

- D_1 l'évènement : "la personne décroche au premier appel"

- R_1 l'évènement : "la personne répond au questionnaire lors du premier appel"

Calculer la probabilité de l'évènement R_1

Lorsqu'une personne ne décroche pas au premier appel, on la contacte une seconde fois. La probabilité pour que le correspondant ne décroche pas la seconde fois est 0,3 et la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire sachant qu'il décroche est 0,2. Si une personne ne décroche pas lors du second appel, on ne tente plus de le contacter.

2) On note :

D_2 L'évènement : "la personne décroche au second appel"

- R_1 l'évènement : "la personne ne répond pas au questionnaire lors du second appel"

- R l'évènement : "la personne répond au questionnaire"

a) Montrer que la probabilité de l'évènement R est 0,236

b) Sachant qu'une personne a répondu au questionnaire, calculer la probabilité pour que la réponse ait été donnée lors du premier appel. (On donnera la réponse arrondie au millièmes)

c) Un enquêteur a une liste de 25 personnes a contacté. Les sondages auprès de personnes d'une même liste sont indépendants. Quelle est la probabilité pour que 20% des personnes répondent au questionnaire (on donnera la réponse arrondie au millièmes)

Exercice 9

Dans un campus universitaire, à l'issue d'une compétition d'athlétisme, 1250 athlètes subissent un test antidopage. Le test n'est pas sûr à 100%, certains athlètes peuvent être dopés et avoir cependant un test négatif et, de même, des athlètes non dopés peuvent avoir un test positif. Le tableau ci-dessous donne la répartition des 1250 athlètes en fonction du résultat du test et de l'état réel de l'athlète :

	Test négatif	Test positif
Athlète non dopé	1188	12
Athlète dopé	1	49

Si A et B sont deux évènements, on notera $\bar{A}$ l'évènement contraire de A , $P(A)$ la probabilité de l'évènement A , $P_B(A)$ la probabilité conditionnelle de A sachant B .

1) On choisit au hasard un athlète. Déterminer la probabilité des évènements suivants :

- S : "l'athlète est non dopé"
- T : "le test est positif"
- $S \cap T$: "l'athlète est non dopé et le test est positif".

2) On choisit au hasard un athlète non dopé. Quelle est la probabilité qu'il ait un test positif ?

3) Les évènements "le test est positif" et "l'athlète est dopé" sont-ils indépendants ?

4) Sachant que le test est positif quelle est la probabilité que l'athlète soit non dopé ?

Exercice 10

Une urne contient trois boules vertes, quatre boules rouges et cinq boules bleues, indiscernable aux touches. On tire simultanément deux boules de l'urne.

1- a. calculer la probabilité de tirer deux boules vertes.

b. calculer la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes.

- 2- Lorsqu'on tire une boule bleue, on marque 1 point ; si une boule rouge est tirée alors on perd 1 point et si une boule verte est tirée alors on marque 0 point.
- Déterminer la loi de probabilité X
 - Calculer l'espérance mathématique, la variance de l'écart type de X

Exercice 11

Considérons le jeu suivant où tout jouer doit miser 50 francs. Il tire une boule numérotée respectivement 1, 2, ..., 20 ; si le numéro de la boule tirée est multiple de 3, alors il reçoit 20 francs ; si le numéro est un multiple de 5 autre que 15, le joueur reçoit 30 francs ; si le numéro est 15 alors il reçoit 150 francs.

On note X la variable aléatoire réelle : "somme reçue par le joueur"

- Déterminer la loi X
- Calculer l'espérance de X ainsi que sa variance
- Calculer le bénéfice réalisé par l'organisateur du jeu après que 100 personnes aient joué une partie.

Exercice 12

Une urne contient sept boules : une rouge, deux jaunes et quatre vertes. Un joueur tire au hasard une boule, si la boule est rouge, il gagne 10 points, si elle est jaune, il perd 5 points, si elle est verte, il tire sans remise une deuxième boule de l'urne, si cette deuxième boule est rouge, il gagne 8 points, sinon il perd 4 points. Soit X la v.a. associant à chaque tirage le gain algébrique du joueur.

- Déterminer la loi de probabilité de la v.a. X .
- Calculer l'espérance et la variance de la v.a. X .
- Les conditions de jeu restent identiques. Indiquer le montant du gain algébrique qu'il faut attribuer à un joueur lorsque la boule tirée au deuxième tirage est rouge, pour que l'espérance de la v.a. X soit nulle.

Exercice 13

Une entreprise produit en grande quantité des sacs. La probabilité qu'un sac présente un défaut est égale à 0, 1. On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit sacs. On note X la v.a. qui compte le nombre de sacs présentant un défaut parmi les huit sacs prélevés.

- Quelle est la loi de probabilité de la v.a. X ?
- Quelle est la probabilité qu'il n'y a aucun sac avec un défaut ?
- Quelle est la probabilité qu'il y a au moins un sac avec un défaut ?
- Quelle est la probabilité qu'il y a moins de deux sacs avec un défaut ?